## 基础课37 空间中点、直线、平面之间的位置关系

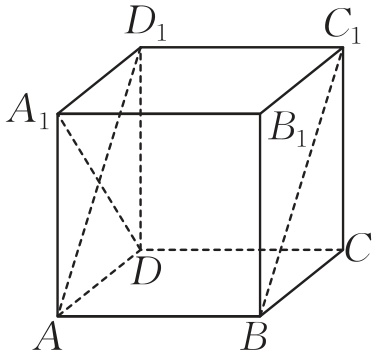
### 课时评价·提能

#### 基础巩固练

1. 在正方体中，直线与直线所成角的大小为（ A ）.

A. B. C. D.

[解析]由于在正方体 中，,,所以直线 与直线 所成角为 ，故选.



2. 若直线与平面 平行，且直线 ，则直线和直线的位置关系不可能为（ C ）.

A. 平行 B. 异面 C. 相交 D. 没有公共点

[解析]直线 与平面 平行，且直线 ，则直线 和直线 的位置关系可能平行，可能异面，即没有公共点，也不可能相交，因为若直线 和直线 相交，则 或 与 相交，均与已知条件矛盾.故选.

3. 用符号表示“点不在直线上，直线在平面 内”，正确的是（ A ）.

A. ， B. ， C. ， D. ，

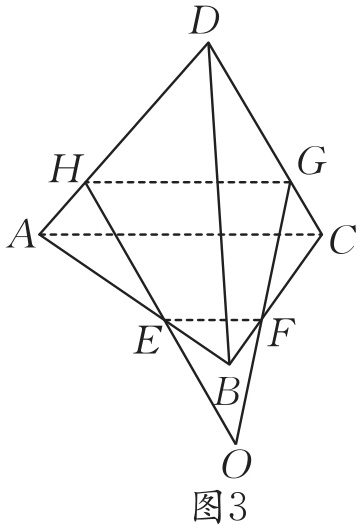
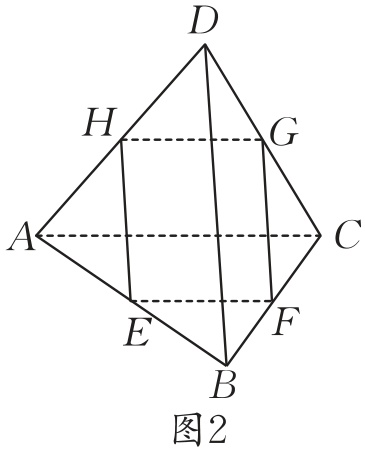
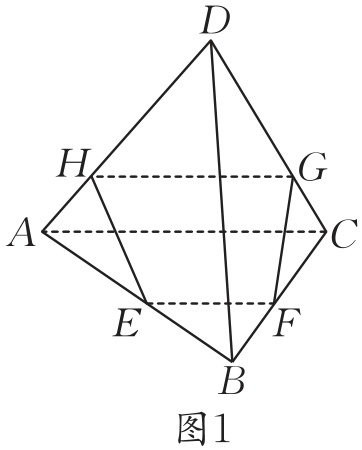
[解析]由题意用符号表示“点 不在直线 上，直线 在平面 内”，即， ，故选.

4. 已知点,,,分别在空间四边形的边,,,上，若，则下列说法中正确的是（ D ）.

A. 直线与一定平行 B. 直线与一定相交

C. 直线与可能异面 D. 直线与一定共面

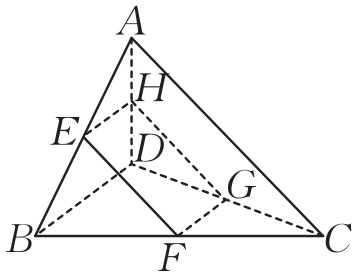
[解析]如图1，由于，所以,,,四点确定一个平面，所以直线 与 一定共面，故 正确，错误；



如图2，只有当 且 时，四边形 为平行四边形，此时，故 错误；

如图3，只有当 但 时，四边形 为梯形，此时，相交于点，故 错误.故选.

5. 如图，在三棱锥中，，，，分别是，，，的中点，则四边形是（ B ）.



A. 梯形 B. 平行四边形 C. 菱形 D. 矩形

[解析]因为，，，分别是，，，的中点，所以，，，，所以 且，可知四边形 为平行四边形，故选.

6. 已知在直三棱柱中，，,分别是,的中点，则（ D ）.

A. 与相交，且

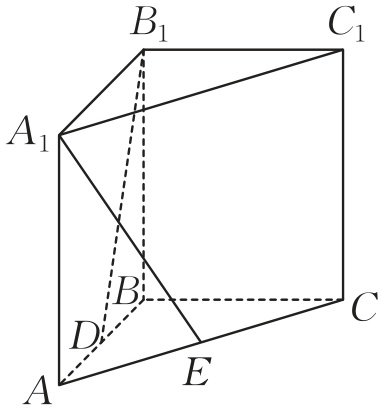
B. 与相交，且

C. 与是异面直线，且

D. 与是异面直线，且

[解析]如图，因为 平面， 平面,，

所以 与 是异面直线，,.因为,，所以 故选.



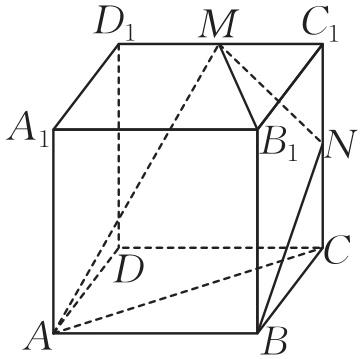
7. 下列说法正确的是（ D ）.

A. 三点确定一个平面 B. 一条直线和一个点确定一个平面

C. 圆心和圆上两点确定一个平面 D. 两条相交直线确定一个平面

[解析]对于,空间中三个不共线的点确定唯一的平面，故 错误;对于，一条直线以及直线外一点可以确定一个平面,故 错误;对于，圆心和不与圆心在同一直线上的两个点才可以确定一个平面，故 错误;对于，两条相交直线可以确定一个平面，故 正确.故选.

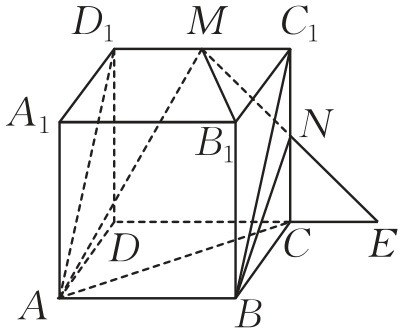
8. 如图，在正方体中，，分别为棱，的中点，下列说法中正确的是（ A ）.



A. 直线与是异面直线 B. ，，，四点共面

C. 直线与是相交直线 D. 直线与是相交直线

[解析]因为 平面， 平面， 平面，，所以 与 是异面直线，故 正确；如图，连接,，因为 平面， 平面， 平面，，所以 与 是异面直线，故 错误；因为 平面， 平面， 平面，，所以 与 是异面直线，故 错误；延长 与 交于点，因为 平面， 平面， 平面，，所以 与 是异面直线，即 与 是异面直线，故 错误.故选.



#### 综合提升练

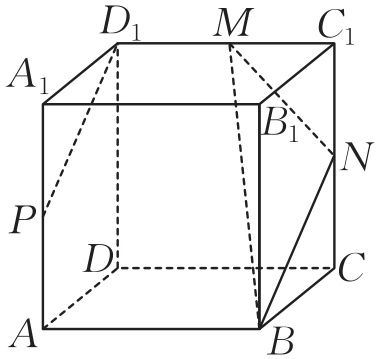
9. （多选题）已知，是平面 外的任意两点，则（ AC ）.

A. 在 内存在直线与直线异面 B. 在 内存在直线与直线相交

C. 存在过直线的平面与 垂直 D. 在 内存在直线与直线平行

[解析]由，是不在平面 内的任意两点，得直线 或直线 与平面 相交.对于，当直线 或直线 与平面 相交时，在 内存在直线与直线 异面，故 正确；对于，当直线 时，在 内不存在直线与直线 相交，故 错误；对于，当直线 或直线 与平面 相交时，存在过直线 的平面与 垂直，故 正确；对于，当直线 与平面 相交时，在 内不存在直线与直线 平行，故 错误.故选.

10. （多选题）如图，在棱长为2的正方体中，，，分别是，，的中点，则（ BCD ）.



A. ，，，四点共面

B. 异面直线与所成角的余弦值为

C. 平面截正方体所得截面为等腰梯形

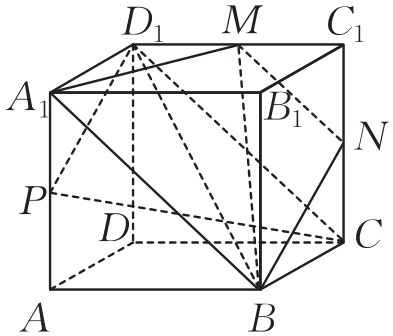
D. 三棱锥的体积为

[解析]对于，连接，如图所示，易知 与 为异面直线，所以，，，不可能四点共面，故 错误；

对于，连接，，易得，所以 为异面直线 与 所成的角或其补角，因为，所以，，，所以，所以异面直线 与 所成角的余弦值为，故 正确；

对于，连接，，易得，,,所以平面 截正方体所得截面为梯形，故 正确；

对于，易得，因为 平面， 平面，所以 平面，所以，故 正确.故选.



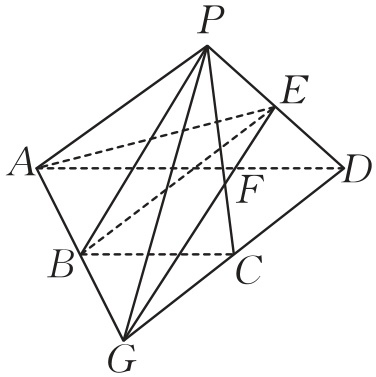
11. 已知在四棱锥中，，，为的中点，平面交于点，则2.

[解析]如图，延长，交于点，连接，交 于点，

，且，，分别是，的中点.

又 是 的中点，和 是 的中线，

点 是 的重心，所以.



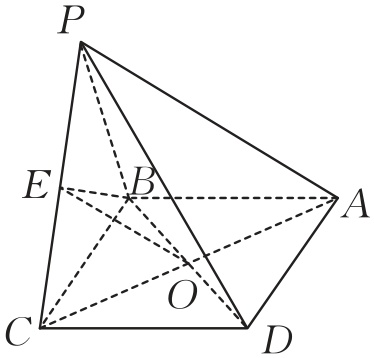
12. 已知在四棱锥中，底面为平行四边形，， ，为棱的中点，则异面直线与所成角的大小为  .

[解析]如图,连接,交于点，再连接，

因为,分别为,的中点，所以，且，所以异面直线 与 所成的角为.

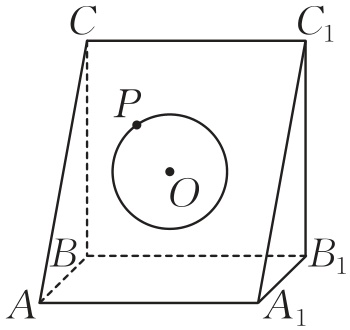
因为 为等边三角形，

所以，在 中，,,即，故异面直线 与 所成角的大小为.



#### 应用情境练

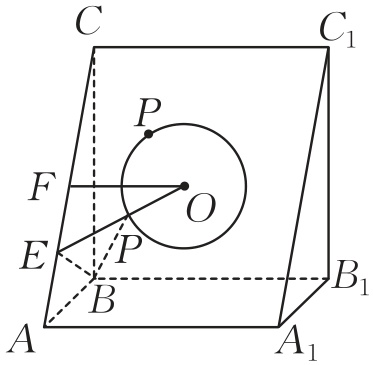
13. 如图，在直三棱柱中，，，，是的中点，在侧面上以为圆心，2为半径作圆，是圆上一点，则的最小值为4.



[解析]如图，取 的中点，过点 作，垂足为，连接，.

因为三棱柱 为直三棱柱，所以 平面.因为 平面，所以.因为， 平面, 平面，所以 平面.因为 平面，所以，得，当 时，最小，此时 有最小值，

因为，，，所以， ，易求得，，，所以，由，，得，所以，所以 的最小值为.

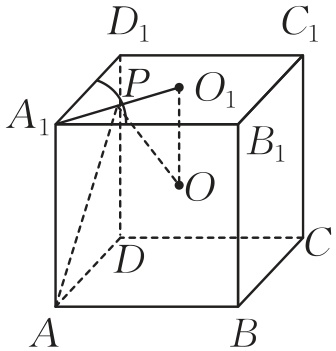


14. （双空题）已知正方体的所有顶点均在体积为 的球上，则该正方体的棱长为4；若动点在四边形内运动，且满足直线与直线所成角的正弦值为，则的最小值为  .

[解析]如图，设正方体 的棱长为，则球 的半径为，

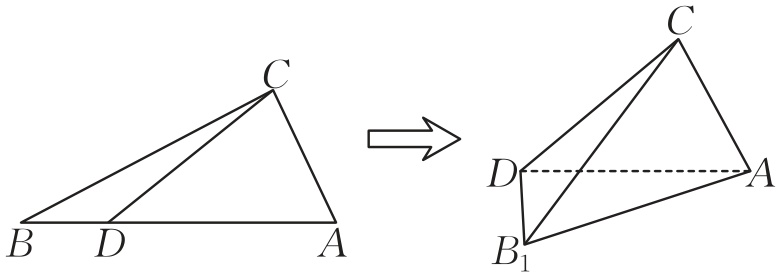
故球 的体积 ，解得.因为，所以直线 与直线 所成角的正弦值为，即，解得，故点 的轨迹是以 为圆心，为半径的圆的四分之一（如图所示）,设正方形 的中心为，连接，，

则.

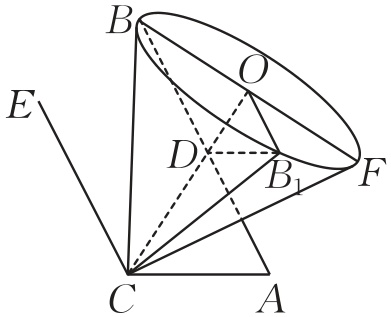


#### 创新拓展练

15. 在中，,,,是边上的动点，设，把沿翻折为，如图所示，若存在某个位置，使得异面直线与所成的角为，则实数的取值范围是,.



[解析]在 中，,,，则，

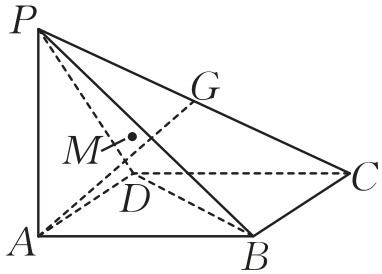


沿 翻折为，则 是以 为轴截面的圆锥的母线，其中,,共线，为圆锥的轴，与,不重合，如图，过点 作，则 与 所成的角等于 与 所成的角，设 ，易知，如图，若存在某个位置，使得异面直线 与 所成的角为，则，

，又，，，在 中，由正弦定理得，，

，又，，即实数 的取值范围是,.

16. 如图，在四棱锥中，底面是正方形， 底面,为的中点，为内一动点（不与,,三点重合）.



（1）求直线与所成的角；

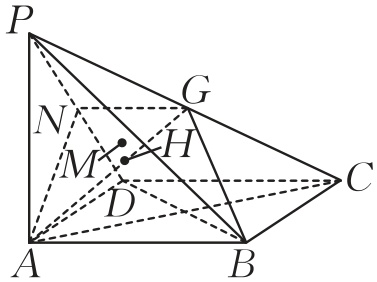
（2）若，求点的轨迹所围成图形的面积.

[解析]（1）因为，所以 为直线 与 所成的角或其补角，

因为 底面, 平面，

所以.

又，所以.



（2）因为 底面, 平面，所以.

又,, 平面, 平面，

所以 平面,如图，取 的中点，连接,,为 与平面 的交点.

因为 为 的中点，所以，所以 平面， 平面，则.

又，的中点为，所以,又, 平面, 平面，

所以 平面， 平面，则,,,, 平面, 平面，

所以 平面, 平面,

所以,, 平面, 平面，

所以 平面，所以,,三点共线，由,得,解得，又，所以,

因此点 的轨迹围成的图形是以点 为圆心，为半径的圆，所以面积为.